

Historische Entwicklung relationaler DBMS

Grundlagen des relationalen Modells

Seien D_1, D_2, \dots, D_n Domänen (~Wertebereiche)

- *Relation*: $R \subseteq D_1 \times \dots \times D_n$

Bsp.: Telefonbuch \subseteq *string* \times *string* \times *integer*

- *Tupel*: $t \in R$

Bsp.: t = („Mickey Mouse“, „Main Street“, 4711)

- *Schema*: legt die Struktur der gespeicherten Daten fest

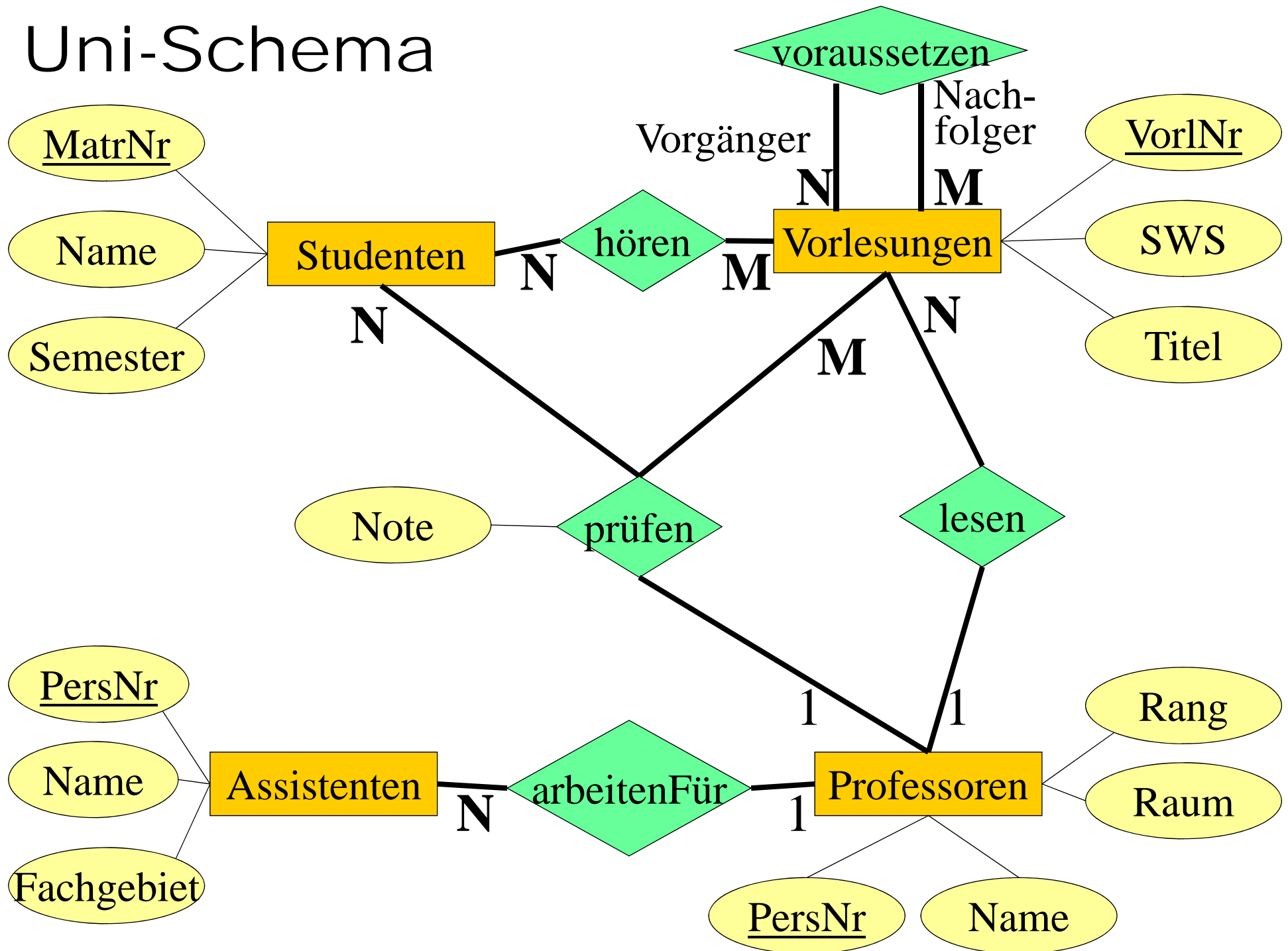
Bsp.:

Telefonbuch: $\{[Name: string, Adresse: string, \underline{Telefon\#}:integer]\}$

| Telefonbuch | | |
|--------------|-------------|-----------------|
| Name | Straße | <u>Telefon#</u> |
| Mickey Mouse | Main Street | 4711 |
| Minnie Mouse | Broadway | 94725 |
| Donald Duck | Broadway | 95672 |
| ... | ... | ... |

- **Ausprägung:** der aktuelle Zustand der Datenbasis
- **Schlüssel:** minimale Menge von Attributen, deren Werte ein Tupel eindeutig identifizieren
- **Primärschlüssel:** wird unterstrichen
 - Einer der Schlüsselkandidaten wird als Primärschlüssel ausgewählt
 - Hat eine besondere Bedeutung bei der Referenzierung von Tupeln

Uni-Schema



Relationale Darstellung von Entitytypen

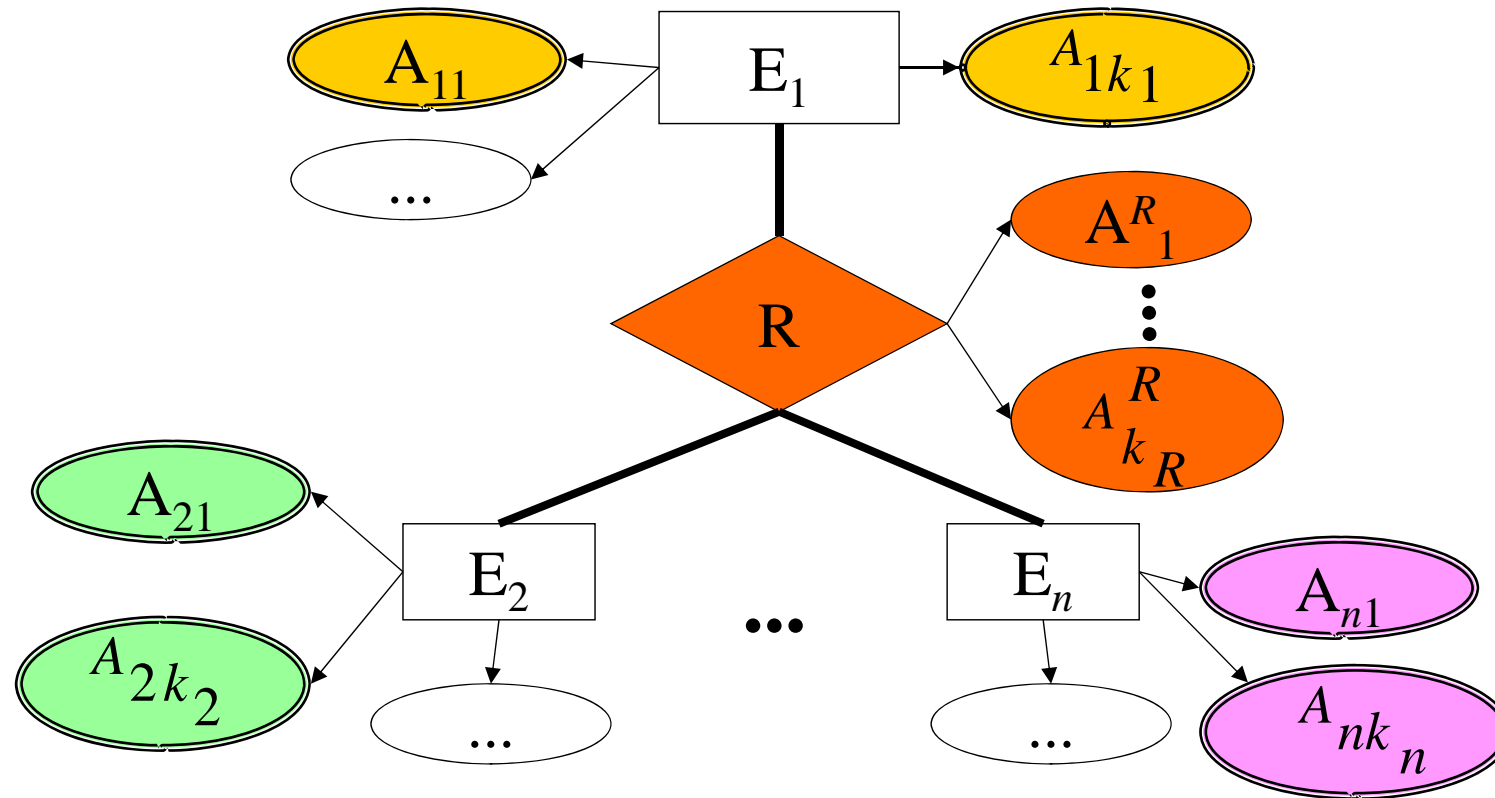
Studenten: {[MatrNr:integer, *Name: string*, *Semester: integer*]}

Vorlesungen: {[VorlNr:integer, *Titel: string*, *SWS: integer*]}

Professoren: {[PersNr:integer, *Name: string*, *Rang: string*,
Raum: integer]}

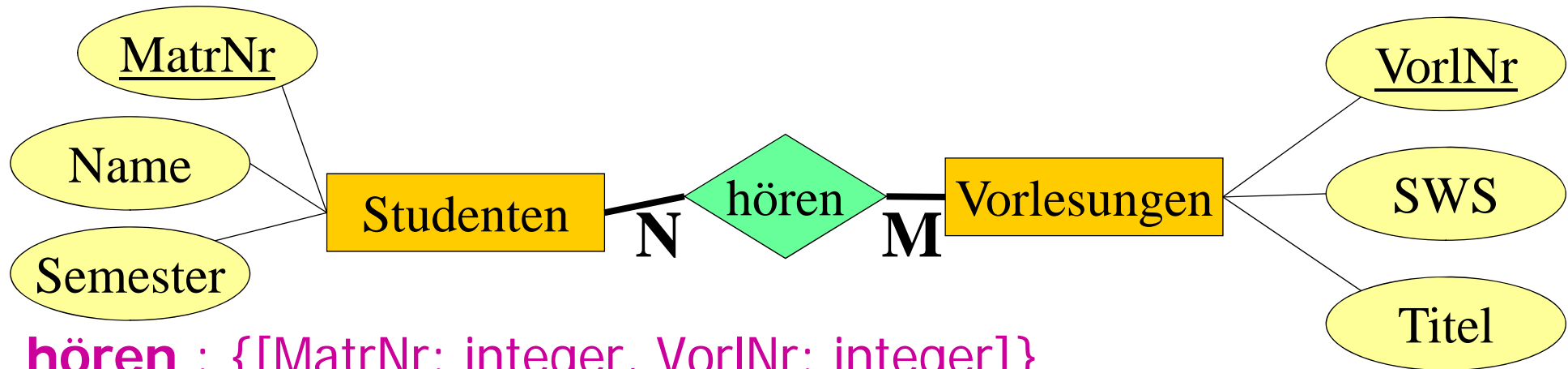
Assistenten: {[PersNr:integer, *Name: string*, *Fachgebiet: string*]}

Relationale Darstellung von Beziehungen



$$R: \left\{ \underbrace{[A_{11}, \dots, A_{1k_1}]}_{\text{Schlüssel von } E_1}, \underbrace{[A_{21}, \dots, A_{2k_2}]}_{\text{Schlüssel von } E_2}, \dots, \underbrace{[A_{n1}, \dots, A_{nk_n}]}_{\text{Schlüssel von } E_n}, \underbrace{[A_{1R}, \dots, A_{k_R R}]}_{\text{Attribute von } R} \right\}$$

Beziehungen unseres Beispiel-Schemas



hören : $\{[\underline{\text{MatrNr: integer}}, \underline{\text{VorlNr: integer}}]\}$

lesen : $\{[\text{PersNr: integer}, \underline{\text{VorlNr: integer}}]\}$

arbeitenFür : $\{[\underline{\text{AssistentenPersNr: integer}}, \text{ProfPersNr: integer}]\}$

voraussetzen : $\{[\underline{\text{Vorgänger: integer}}, \underline{\text{Nachfolger: integer}}]\}$

prüfen : $\{[\underline{\text{MatrNr: integer}}, \underline{\text{VorlNr: integer}}, \text{PersNr: integer}, \text{Note: decimal}]\}$

Beziehungen unseres Beispiel-Schemas

hören : {[MatrNr: integer, VorlNr: integer]}

lesen : {[PersNr: integer, VorlNr: integer]}

arbeitenFür : {[AssistentenPersNr: integer, *ProfPersNr: integer*]}

voraussetzen : {[Vorgänger: integer, Nachfolger: integer]}

prüfen : {[MatrNr: integer, VorlNr: integer, PersNr: integer,
Note: decimal]}

Schlüssel der Relationen

hören : {[MatrNr: integer, VorlNr: integer]}

lesen : {[PersNr: integer, VorlNr: integer]}

arbeitenFür : {[AssistentenPersNr: integer, *ProfPersNr: integer*]}

voraussetzen : {[Vorgänger: integer, Nachfolger: integer]}

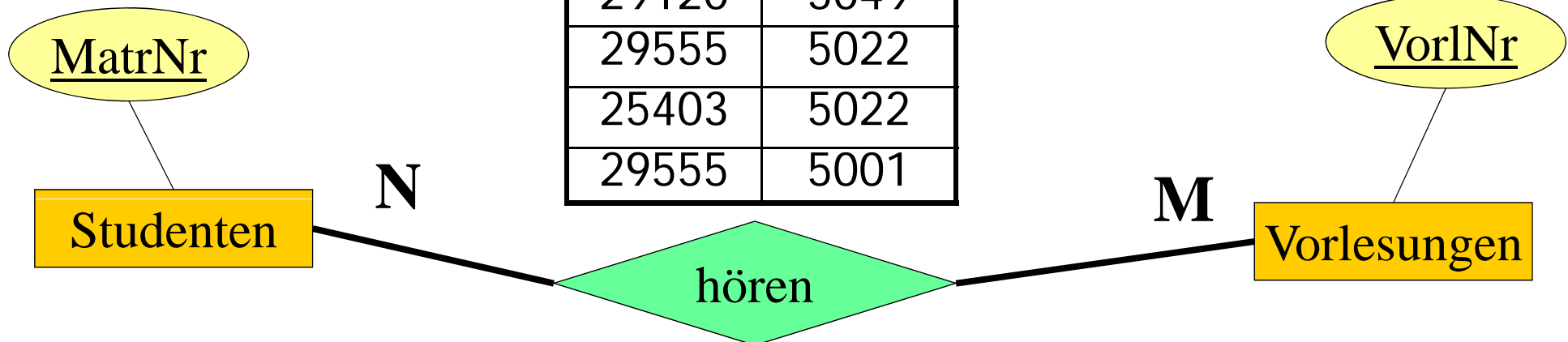
prüfen : {[MatrNr: integer, VorlNr: integer, PersNr: integer,
Note: decimal]}

Ausprägung der Beziehung *hören*

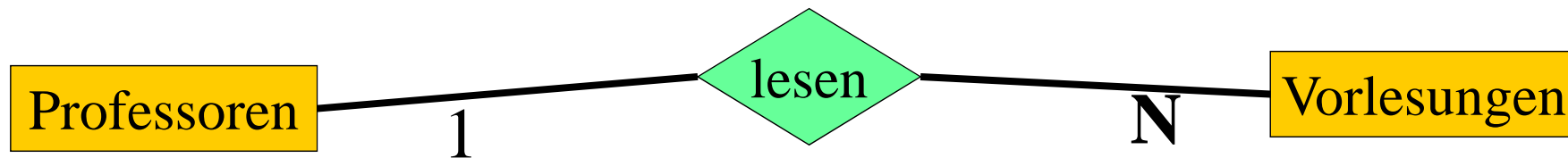
| Studenten | |
|---------------|-----|
| <i>MatrNr</i> | ... |
| 26120 | ... |
| 27550 | ... |
| ... | ... |

| hören | |
|--------|--------|
| MatrNr | VorlNr |
| 26120 | 5001 |
| 27550 | 5001 |
| 27550 | 4052 |
| 28106 | 5041 |
| 28106 | 5052 |
| 28106 | 5216 |
| 28106 | 5259 |
| 29120 | 5001 |
| 29120 | 5041 |
| 29120 | 5049 |
| 29555 | 5022 |
| 25403 | 5022 |
| 29555 | 5001 |

| Vorlesungen | |
|---------------|-----|
| <i>VorlNr</i> | ... |
| 5001 | ... |
| 4052 | ... |
| ... | ... |



Verfeinerung des relationalen Schemas



1:N-Beziehung

- Initial-Entwurf
 - *Vorlesungen* : {[Vor/Nr, Titel, SWS]}
 - *Professoren* : {[PersNr, Name, Rang, Raum]}
 - *lesen*: {[Vor/Nr, PersNr]}

Verfeinerung des relationalen Schemas

1:N-Beziehung

- Initial-Entwurf

Vorlesungen : { [VorlNr, Titel, SWS] }

Professoren : { [PersNr, Name, Rang, Raum] }

lesen: { [VorlNr, PersNr] }

- Verfeinerung durch Zusammenfassung

Vorlesungen : { [VorlNr, Titel, SWS, *gelesenVon*] }

Professoren : { [PersNr, Name, Rang, Raum] }

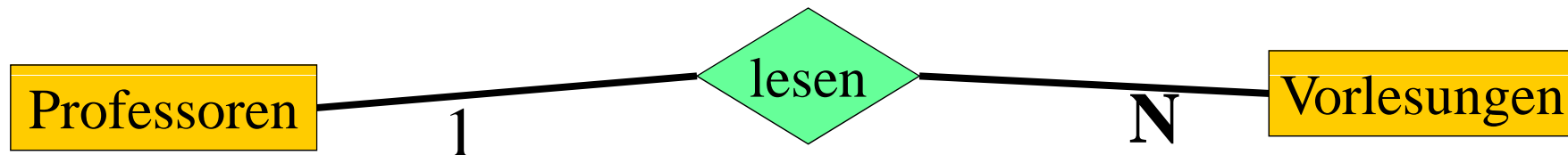
Regel

Relationen mit gleichem Schlüssel kann man zusammenfassen
aber nur diese und keine anderen!

Ausprägung von *Professoren* und *Vorlesung*

| Professoren | | | |
|-------------|------------|------|------|
| PersNr | Name | Rang | Raum |
| 2125 | Sokrates | C4 | 226 |
| 2126 | Russel | C4 | 232 |
| 2127 | Kopernikus | C3 | 310 |
| 2133 | Popper | C3 | 52 |
| 2134 | Augustinus | C3 | 309 |
| 2136 | Curie | C4 | 36 |
| 2137 | Kant | C4 | 7 |

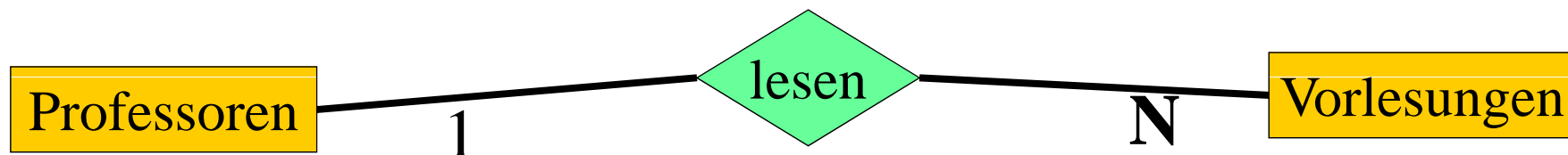
| Vorlesungen | | | |
|-------------|----------------------|-----|-------------|
| VorlNr | Titel | SWS | Gelesen Von |
| 5001 | Grundzüge | 4 | 2137 |
| 5041 | Ethik | 4 | 2125 |
| 5043 | Erkenntnistheorie | 3 | 2126 |
| 5049 | Mäeutik | 2 | 2125 |
| 4052 | Logik | 4 | 2125 |
| 5052 | Wissenschaftstheorie | 3 | 2126 |
| 5216 | Bioethik | 2 | 2126 |
| 5259 | Der Wiener Kreis | 2 | 2133 |
| 5022 | Glaube und Wissen | 2 | 2134 |
| 4630 | Die 3 Kritiken | 4 | 2137 |



Vorsicht: So geht es NICHT

| Professoren | | | | |
|-------------|------------|------|------|-------|
| PersNr | Name | Rang | Raum | liest |
| 2125 | Sokrates | C4 | 226 | 5041 |
| 2125 | Sokrates | C4 | 226 | 5049 |
| 2125 | Sokrates | C4 | 226 | 4052 |
| ... | ... | ... | ... | ... |
| 2134 | Augustinus | C3 | 309 | 5022 |
| 2136 | Curie | C4 | 36 | ?? |
| | | | | |

| Vorlesungen | | |
|-------------|----------------------|-----|
| VorlNr | Titel | SWS |
| 5001 | Grundzüge | 4 |
| 5041 | Ethik | 4 |
| 5043 | Erkenntnistheorie | 3 |
| 5049 | Mäeutik | 2 |
| 4052 | Logik | 4 |
| 5052 | Wissenschaftstheorie | 3 |
| 5216 | Bioethik | 2 |
| 5259 | Der Wiener Kreis | 2 |
| 5022 | Glaube und Wissen | 2 |
| 4630 | Die 3 Kritiken | 4 |



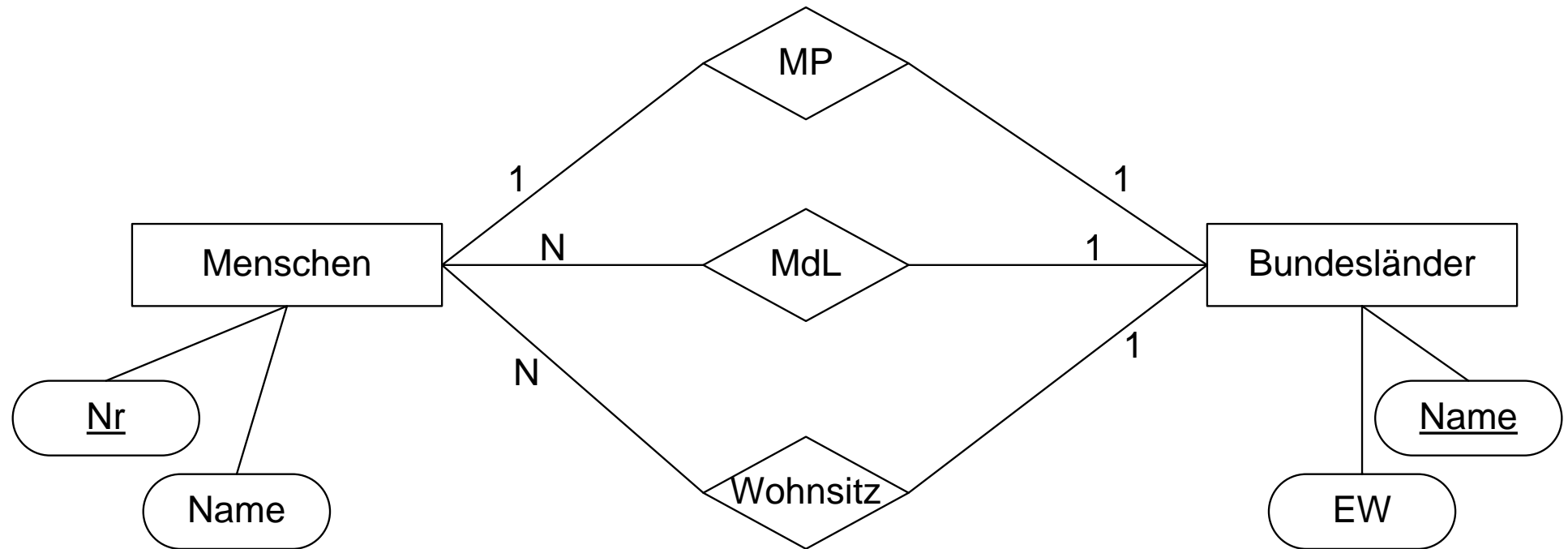
Vorsicht: So geht es NICHT: Folgen → Anomalien

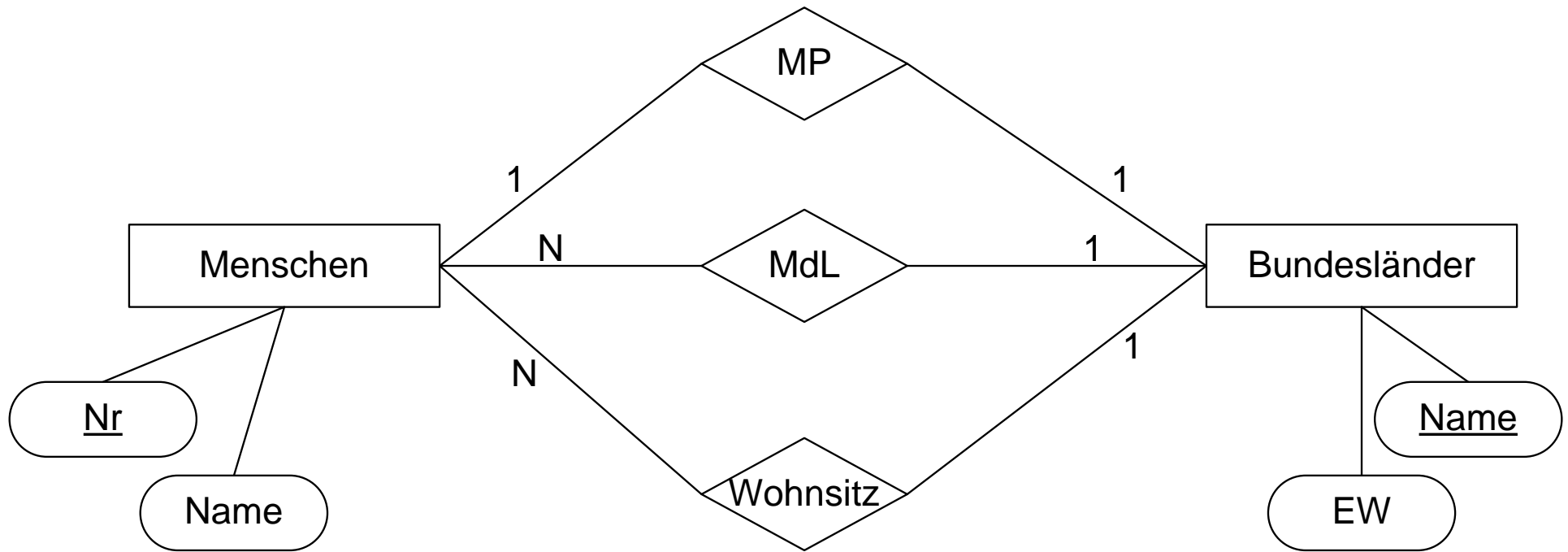
| Professoren | | | | |
|-------------|------------|------|------|-------|
| PersNr | Name | Rang | Raum | liest |
| 2125 | Sokrates | C4 | 226 | 5041 |
| 2125 | Sokrates | C4 | 226 | 5049 |
| 2125 | Sokrates | C4 | 226 | 4052 |
| ... | ... | ... | ... | ... |
| 2134 | Augustinus | C3 | 309 | 5022 |
| 2136 | Curie | C4 | 36 | ?? |
| | | | | |

| Vorlesungen | | |
|-------------|----------------------|-----|
| VorlNr | Titel | SWS |
| 5001 | Grundzüge | 4 |
| 5041 | Ethik | 4 |
| 5043 | Erkenntnistheorie | 3 |
| 5049 | Mäeutik | 2 |
| 4052 | Logik | 4 |
| 5052 | Wissenschaftstheorie | 3 |
| 5216 | Bioethik | 2 |
| 5259 | Der Wiener Kreis | 2 |
| 5022 | Glaube und Wissen | 2 |
| 4630 | Die 3 Kritiken | 4 |

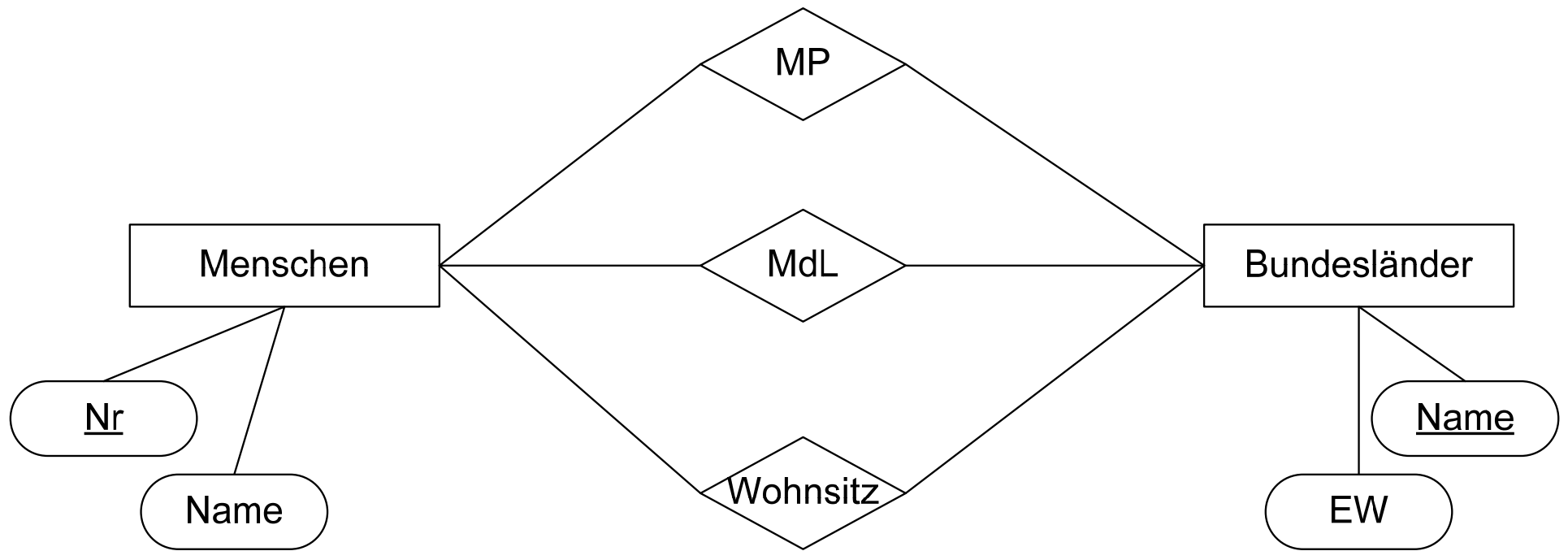
- Update-Anomalie: Was passiert wenn Sokrates umzieht
- Löschanomalie: Was passiert wenn „Glaube und Wissen“ wegfällt
- Einfügeanomalie: Curie ist neu und liest noch keine Vorlesungen

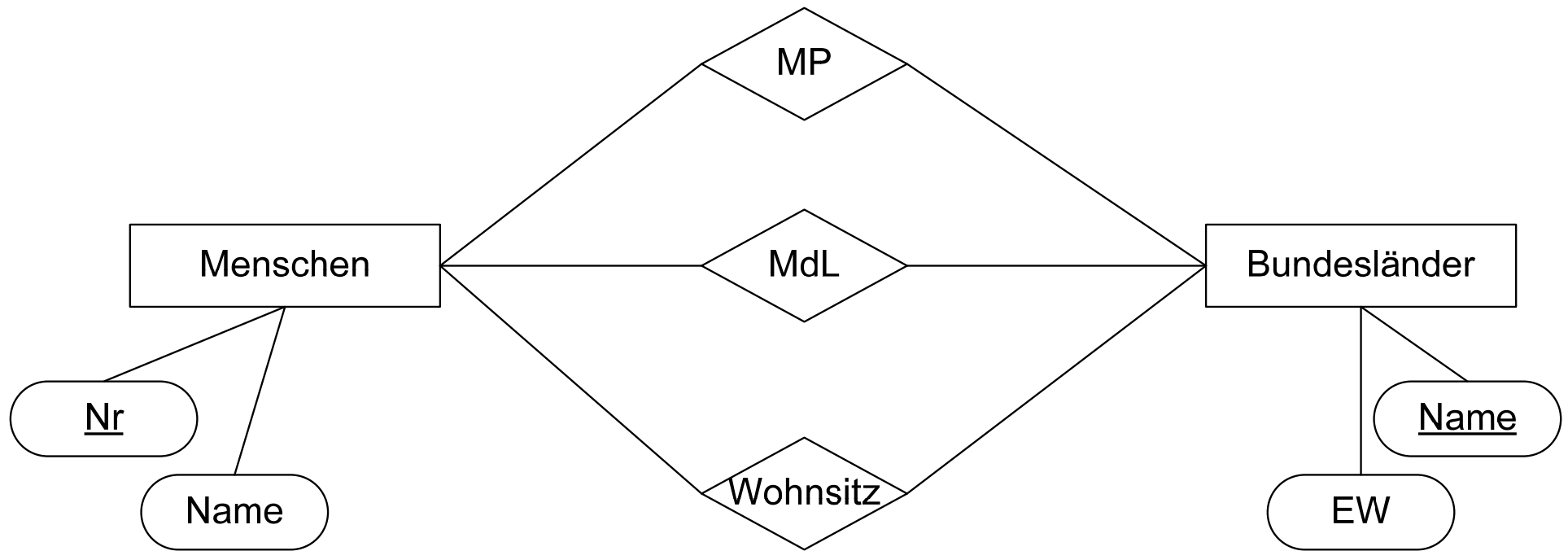
Vermeidung von Null-Werten





| Menschen | | | | |
|----------|------------------------|---------------|-------------|-------------|
| Nr | Name | Wohnsitz | MP von | MdL von |
| 4711 | Kemper | Bayern | – | – |
| 4813 | Stein hofer | Bayern | Bayern | Bayern |
| 5833 | Maget | Bayern | – | Bayern |
| 6745 | Platzeck | Brandenburg | Brandenburg | Brandenburg |
| 8978 | Schröder | Niedersachsen | – | – |
| ... | ... | ... | ... | ... |





| Menschen | | | | |
|----------|---------------------------------|---------------|-------------|-------------|
| Nr | Name | Wohnsitz | MP von | MdL von |
| 4711 | Kemper | Bayern | – | – |
| 4813 | Seider <i>Seider</i> | Bayern | Bayern | Bayern |
| 5833 | Maget | Bayern | – | Bayern |
| 6745 | Platzeck | Brandenburg | Brandenburg | Brandenburg |
| 8978 | Schröder | Niedersachsen | – | – |
| ... | ... | ... | ... | ... |

- Der *Wohnsitz* kann als Fremdschlüssel in der Entity-Relation *Menschen* bleiben.
- Die Beziehung *MP* modelliert man am besten als Fremdschlüssel in *Bundesländer*, da alle Bundesländer *einen* MP haben.
- Die Beziehung *MdL* repräsentiert man als eigenständige Relation mit den Fremdschlüsseln *Nr* auf Menschen und *Bundesland* auf *Bundesländer*.

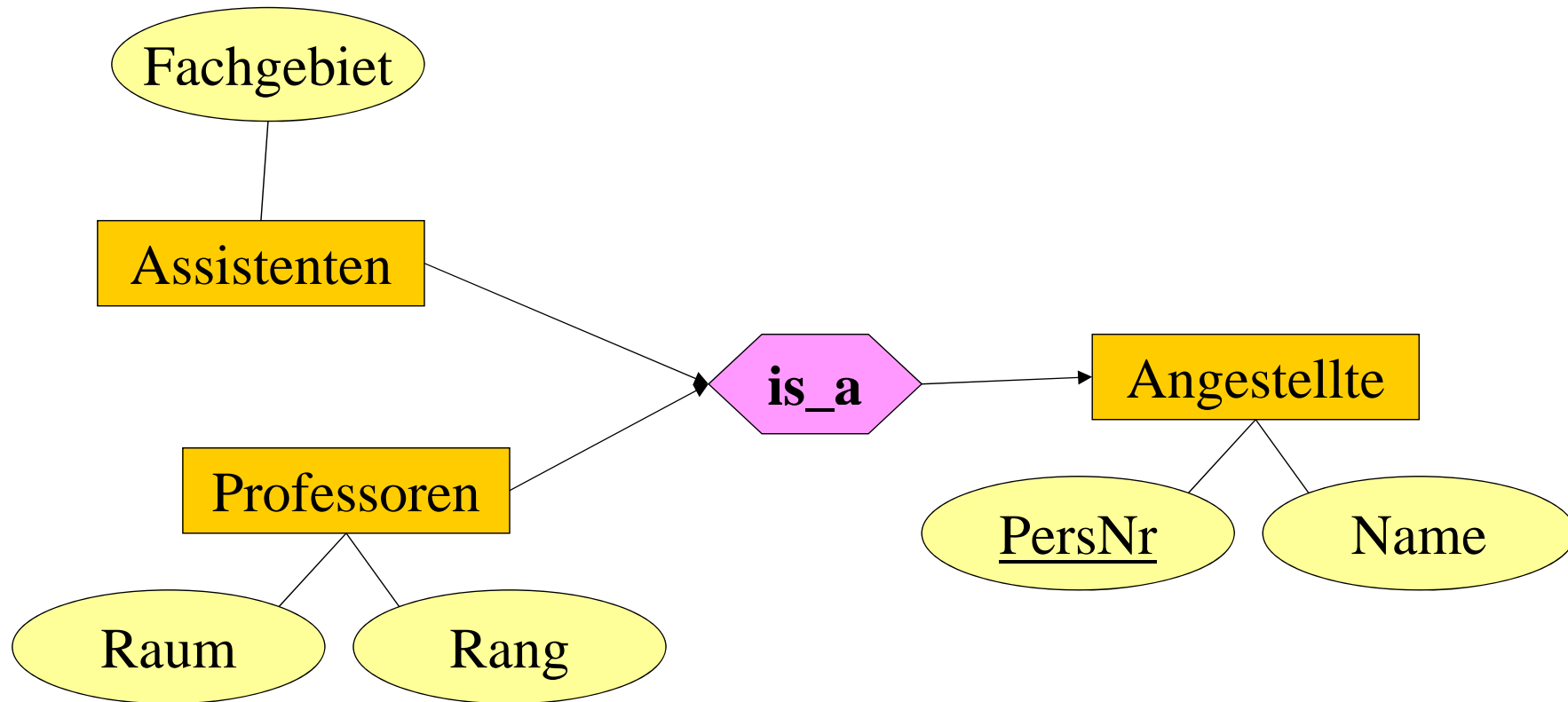
Nachfolgend sind die revidierten Relationenschemata mit den resultierenden Beispiel-Tupeln gezeigt:

| Menschen | | |
|----------|----------|---------------|
| Nr | Name | Wohnsitz |
| 4711 | Kemper | Bayern |
| 4813 | Schöfer | Bayern |
| 5833 | Maget | Bayern |
| 6745 | Platzeck | Brandenburg |
| 8978 | Schröder | Niedersachsen |
| ... | ... | ... |

| MdL | |
|------|-------------|
| Nr | Bundesland |
| 4813 | Bayern |
| 5833 | Bayern |
| 6745 | Brandenburg |
| ... | ... |

| Bundesländer | | |
|--------------|----------|------|
| Name | EW | MP |
| Bayern | 12443893 | 4813 |
| Brandenburg | 2562946 | 6745 |
| ... | ... | ... |

Relationale Modellierung der Generalisierung

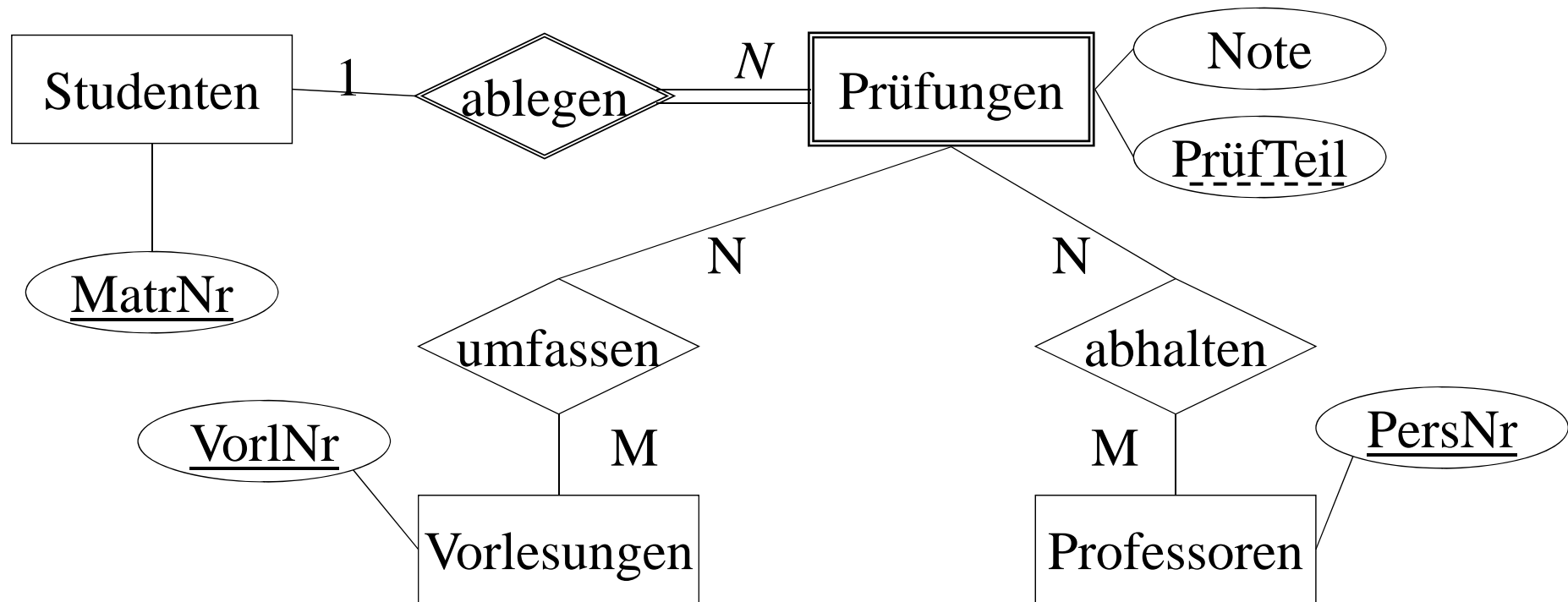


Angestellte: {[PersNr, Name]}

Professoren: {[PersNr, Rang, Raum]}

Assistenten: {[PersNr, Fachgebiet]}

Relationale Modellierung schwacher Entitytypen



Prüfungen: {[MatrNr: integer, PrüfTeil: string, Note: integer]}

umfassen: {[MatrNr: integer, PrüfTeil: string, VorlNr: integer]}

abhalten: {[MatrNr: integer, PrüfTeil: string, PersNr: integer]}

Fremdschlüssel auf ein schwaches Entity

Man beachte, dass in diesem Fall der (global eindeutige) Schlüssel der Relation *Prüfung* nämlich *MatrNr* **und** *PrüfTeil* als Fremdschlüssel in die Relationen *umfassen* und *abhalten* übernommen werden muß.

Die relationale Uni-DB

| Professoren | | | |
|-------------|------------|------|------|
| PersNr | Name | Rang | Raum |
| 2125 | Sokrates | C4 | 226 |
| 2126 | Russel | C4 | 232 |
| 2127 | Kopernikus | C3 | 310 |
| 2133 | Popper | C3 | 52 |
| 2134 | Augustinus | C3 | 309 |
| 2136 | Curie | C4 | 36 |
| 2137 | Kant | C4 | 7 |

| Studenten | | |
|-----------|--------------|----------|
| MatrNr | Name | Semester |
| 24002 | Xenokrates | 18 |
| 25403 | Jonas | 12 |
| 26120 | Fichte | 10 |
| 26830 | Aristoxenos | 8 |
| 27550 | Schopenhauer | 6 |
| 28106 | Carnap | 3 |
| 29120 | Theophrastos | 2 |
| 29555 | Feuerbach | 2 |

| Vorlesungen | | | |
|-------------|----------------------|-----|-------------|
| VorlNr | Titel | SWS | gelesen von |
| 5001 | Grundzüge | 4 | 2137 |
| 5041 | Ethik | 4 | 2125 |
| 5043 | Erkenntnistheorie | 3 | 2126 |
| 5049 | Mäeutik | 2 | 2125 |
| 4052 | Logik | 4 | 2125 |
| 5052 | Wissenschaftstheorie | 3 | 2126 |
| 5216 | Bioethik | 2 | 2126 |
| 5259 | Der Wiener Kreis | 2 | 2133 |
| 5022 | Glaube und Wissen | 2 | 2134 |
| 4630 | Die 3 Kritiken | 4 | 2137 |

| voraussetzen | |
|--------------|------------|
| Vorgänger | Nachfolger |
| 5001 | 5041 |
| 5001 | 5043 |
| 5001 | 5049 |
| 5041 | 5216 |
| 5043 | 5052 |
| 5041 | 5052 |
| 5052 | 5259 |

| hören | |
|--------|--------|
| MatrNr | VorlNr |
| 26120 | 5001 |
| 27550 | 5001 |
| 27550 | 4052 |
| 28106 | 5041 |
| 28106 | 5052 |
| 28106 | 5216 |
| 28106 | 5259 |
| 29120 | 5001 |
| 29120 | 5041 |
| 29120 | 5049 |
| 29555 | 5022 |
| 25403 | 5022 |

| Assistenten | | | |
|-------------|--------------|--------------------|------|
| PerslNr | Name | Fachgebiet | Boss |
| 3002 | Platon | Ideenlehre | 2125 |
| 3003 | Aristoteles | Syllogistik | 2125 |
| 3004 | Wittgenstein | Sprachtheorie | 2126 |
| 3005 | Rhetikus | Planetenbewegung | 2127 |
| 3006 | Newton | Keplersche Gesetze | 2127 |
| 3007 | Spinoza | Gott und Natur | 2126 |

| prüfen | | | |
|--------|--------|--------|------|
| MatrNr | VorlNr | PersNr | Note |
| 28106 | 5001 | 2126 | 1 |
| 25403 | 5041 | 2125 | 2 |
| 27550 | 4630 | 2137 | 2 |

| Professoren | | | |
|-------------|------------|------|------|
| PersNr | Name | Rang | Raum |
| 2125 | Sokrates | C4 | 226 |
| 2126 | Russel | C4 | 232 |
| 2127 | Kopernikus | C3 | 310 |
| 2133 | Popper | C3 | 52 |
| 2134 | Augustinus | C3 | 309 |
| 2136 | Curie | C4 | 36 |
| 2137 | Kant | C4 | 7 |

| Studenten | | |
|-----------|--------------|----------|
| MatrNr | Name | Semester |
| 24002 | Xenokrates | 18 |
| 25403 | Jonas | 12 |
| 26120 | Fichte | 10 |
| 26830 | Aristoxenos | 8 |
| 27550 | Schopenhauer | 6 |
| 28106 | Carnap | 3 |
| 29120 | Theophrastos | 2 |
| 29555 | Feuerbach | 2 |

| Vorlesungen | | | |
|-------------|----------------------|-----|-------------|
| VorINr | Titel | SWS | gelesen Von |
| 5001 | Grundzüge | 4 | 2137 |
| 5041 | Ethik | 4 | 2125 |
| 5043 | Erkenntnistheorie | 3 | 2126 |
| 5049 | Mäeutik | 2 | 2125 |
| 4052 | Logik | 4 | 2125 |
| 5052 | Wissenschaftstheorie | 3 | 2126 |
| 5216 | Bioethik | 2 | 2126 |
| 5259 | Der Wiener Kreis | 2 | 2133 |
| 5022 | Glaube und Wissen | 2 | 2134 |
| 4630 | Die 3 Kritiken | 4 | 2137 |

| voraussetzen | |
|--------------|------------|
| Vorgänger | Nachfolger |
| 5001 | 5041 |
| 5001 | 5043 |
| 5001 | 5049 |
| 5041 | 5216 |
| 5043 | 5052 |
| 5041 | 5052 |
| 5052 | 5259 |

| hören | |
|--------|--------|
| MatrNr | VorINr |
| 26120 | 5001 |
| 27550 | 5001 |
| 27550 | 4052 |
| 28106 | 5041 |
| 28106 | 5052 |
| 28106 | 5216 |
| 28106 | 5259 |
| 29120 | 5001 |
| 29120 | 5041 |
| 29120 | 5049 |
| 29555 | 5022 |
| 25403 | 5022 |

| Assistenten | | | |
|-------------|--------------|--------------------|------|
| PersINr | Name | Fachgebiet | Boss |
| 3002 | Platon | Ideenlehre | 2125 |
| 3003 | Aristoteles | Syllogistik | 2125 |
| 3004 | Wittgenstein | Sprachtheorie | 2126 |
| 3005 | Rhetikus | Planetenbewegung | 2127 |
| 3006 | Newton | Keplersche Gesetze | 2127 |
| 3007 | Spinoza | Gott und Natur | 2126 |

| prüfen | | | |
|--------|--------|--------|------|
| MatrNr | VorINr | PersNr | Note |
| 28106 | 5001 | 2126 | 1 |
| 25403 | 5041 | 2125 | 2 |
| 27550 | 4630 | 2137 | 2 |

Die relationale Algebra

- σ Selektion
- π Projektion
- \times Kreuzprodukt
- \bowtie Join (Verbund)
- ρ Umbenennung
- $-$ Mengendifferenz
- \div Division
- \cup Vereinigung
- \cap Mengendurchschnitt
- \ltimes Semi-Join (linker)
- \rtimes Semi-Join (rechter)
- \ltimes linker äußerer Join
- \rtimes rechter äußerer Join

Die relationalen Algebra-Operatoren

Selektion

$\sigma_{\text{Semester} > 10}$ (Studenten)

| $\sigma_{\text{Semester} > 10}$ (Studenten) | | |
|---|------------|----------|
| MatrNr | Name | Semester |
| 24002 | Xenokrates | 18 |
| 25403 | Jonas | 12 |

Projektion

Π_{Rang} (Professoren)

| Π_{Rang} (Professoren) |
|-----------------------------------|
| Rang |
| C4 |
| C3 |

Die relationalen Algebra-Operatoren

Kartesisches Produkt Professoren x hören

| Professoren | | | | hören | |
|-------------|----------|------|------|--------|--------|
| PersNr | Name | Rang | Raum | MatrNr | VorINr |
| 2125 | Sokrates | C4 | 226 | 26120 | 5001 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 2125 | Sokrates | C4 | 226 | 29555 | 5001 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 2137 | Kant | C4 | 7 | 29555 | 5001 |

- Problem: riesige Zwischenergebnisse
- Beispiel: (Professoren x hören)
- "bessere" Operation: Join (siehe unten)

Die relationalen Algebra-Operatoren

Umbenennung

- Umbenennung von Relationen
- Beispiel: Ermittlung indirekter Vorgänger 2. Stufe der Vorlesung 5216

$$\Pi_{V1.Vorgänger}(\sigma_{V2.Nachfolger=5216 \wedge V1.Nachfolger = V2.Vorgänger}(\rho_{V1}(\text{voraussetzen}) \times \rho_{V2}(\text{voraussetzen})))$$

- Umbenennung von Attributen

$$\rho_{\text{Voraussetzung}} \leftarrow \text{Vorgänger}(\text{voraussetzen})$$

Formale Definition der Algebra

Basisausdrücke

- Relation der Datenbank oder
- konstante Relationen

Operationen

- Selektion: $\sigma_p (E_1)$
- Projektion: $\Pi_S (E_1)$
- Kartesisches Produkt: $E_1 \times E_2$
- Umbenennung: $\rho_V (E_1), \rho_{A \leftarrow B} (E_1)$
- Vereinigung: $E_1 \cup E_2$
- Differenz: $E_1 - E_2$

Drei-Wege-Join

(Studenten ⋈ hören) ⋈ Vorlesungen

| (Studenten ⋈ hören) ⋈ Vorlesungen | | | | | | |
|-----------------------------------|--------|----------|--------|----------------------|-----|------------|
| MatrNr | Name | Semester | VorlNr | Titel | SWS | gelesenVon |
| 26120 | Fichte | 10 | 5001 | Grundzüge | 4 | 2137 |
| 27550 | Jonas | 12 | 5022 | Glaube und Wissen | 2 | 2134 |
| 28106 | Carnap | 3 | 4052 | Wissenschaftstheorie | 3 | 2126 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |

Allgemeiner Join (Theta-Join)

- Gegeben seien folgende Relationen(-Schemata)
 - $R(A_1, \dots, A_n)$ und
 - $S(B_1, \dots, B_m)$

$$R \bowtie_{\theta} S = \sigma_{\theta}(R \times S)$$

$$R \bowtie_{\theta} S$$

| $R \bowtie_{\theta} S$ | | | | | | | |
|------------------------|-------|-----|-------|-------|-------|-----|-------|
| R | | | | S | | | |
| A_1 | A_2 | ... | A_n | B_1 | B_2 | ... | B_m |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |

Andere Join-Arten

- natürlicher Join

| L | | |
|----------------|----------------|----------------|
| A | B | C |
| a ₁ | b ₁ | c ₁ |
| a ₂ | b ₂ | c ₂ |

 ⋈

| R | | |
|----------------|----------------|----------------|
| C | D | E |
| c ₁ | d ₁ | e ₁ |
| c ₃ | d ₂ | e ₂ |

 =

| Resultat | | | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| A | B | C | D | E |
| a ₁ | b ₁ | c ₁ | d ₁ | e ₁ |

- linker äußerer Join

| L | | |
|----------------|----------------|----------------|
| A | B | C |
| a ₁ | b ₁ | c ₁ |
| a ₂ | b ₂ | c ₂ |

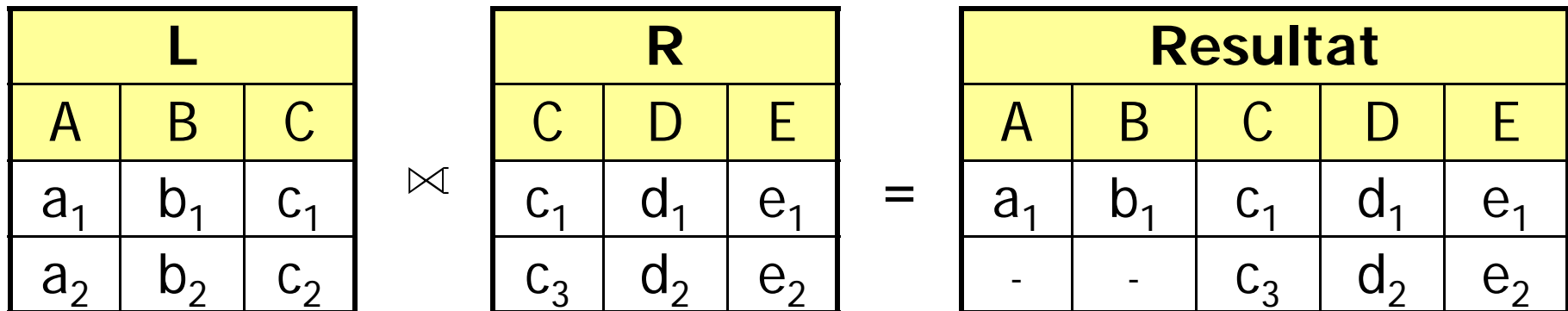
 ⋈

| R | | |
|----------------|----------------|----------------|
| C | D | E |
| c ₁ | d ₁ | e ₁ |
| c ₃ | d ₂ | e ₂ |

 =

| Resultat | | | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| A | B | C | D | E |
| a ₁ | b ₁ | c ₁ | d ₁ | e ₁ |
| a ₂ | b ₂ | c ₂ | - | - |

- rechter äußerer Join



Andere Join-Arten

- äußerer Join

| L | | |
|----------------|----------------|----------------|
| A | B | C |
| a ₁ | b ₁ | c ₁ |
| a ₂ | b ₂ | c ₂ |

 ⋈

| R | | |
|----------------|----------------|----------------|
| C | D | E |
| c ₁ | d ₁ | e ₁ |
| c ₃ | d ₂ | e ₂ |

 =

| Resultat | | | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| A | B | C | D | E |
| a ₁ | b ₁ | c ₁ | d ₁ | e ₁ |
| a ₂ | b ₂ | c ₂ | - | - |
| - | - | c ₃ | d ₂ | e ₂ |

- Semi-Join von L mit R

| L | | |
|----------------|----------------|----------------|
| A | B | C |
| a ₁ | b ₁ | c ₁ |
| a ₂ | b ₂ | c ₂ |

 ⋈

| R | | |
|----------------|----------------|----------------|
| C | D | E |
| c ₁ | d ₁ | e ₁ |
| c ₃ | d ₂ | e ₂ |

 =

| Resultat | | |
|----------------|----------------|----------------|
| A | B | C |
| a ₁ | b ₁ | c ₁ |

Andere Join-Arten (Forts.)

- Semi-Join von R mit L

| L | | |
|----------------|----------------|----------------|
| A | B | C |
| a ₁ | b ₁ | c ₁ |
| a ₂ | b ₂ | c ₂ |

 \bowtie

| R | | |
|----------------|----------------|----------------|
| C | D | E |
| c ₁ | d ₁ | e ₁ |
| c ₃ | d ₂ | e ₂ |

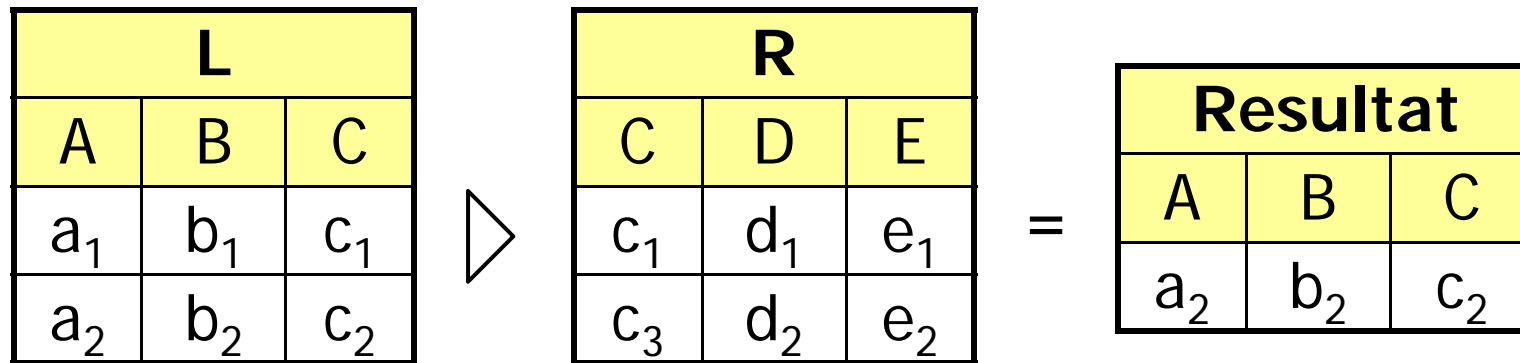
 $=$

| Resultat | | |
|----------------|----------------|----------------|
| C | D | E |
| c ₁ | d ₁ | e ₁ |

The diagram illustrates a semi-join operation between two tables, L and R. Table L has columns A, B, and C, with rows (a₁, b₁, c₁) and (a₂, b₂, c₂). Table R has columns C, D, and E, with rows (c₁, d₁, e₁) and (c₃, d₂, e₂). The semi-join operation, denoted by the symbol \bowtie , results in a table named 'Resultat' which contains only the row (c₁, d₁, e₁) from table R, as it is the only row in R that has a matching value in column C from table L.

Andere Join-Arten (Forts.)

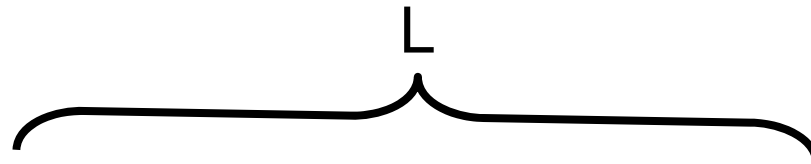
- Anti-Semi-Join von L mit R



Die relationale Division

Bsp.: Finde MatrNr der Studenten, die **alle** vierstündigen Vorlesungen hören

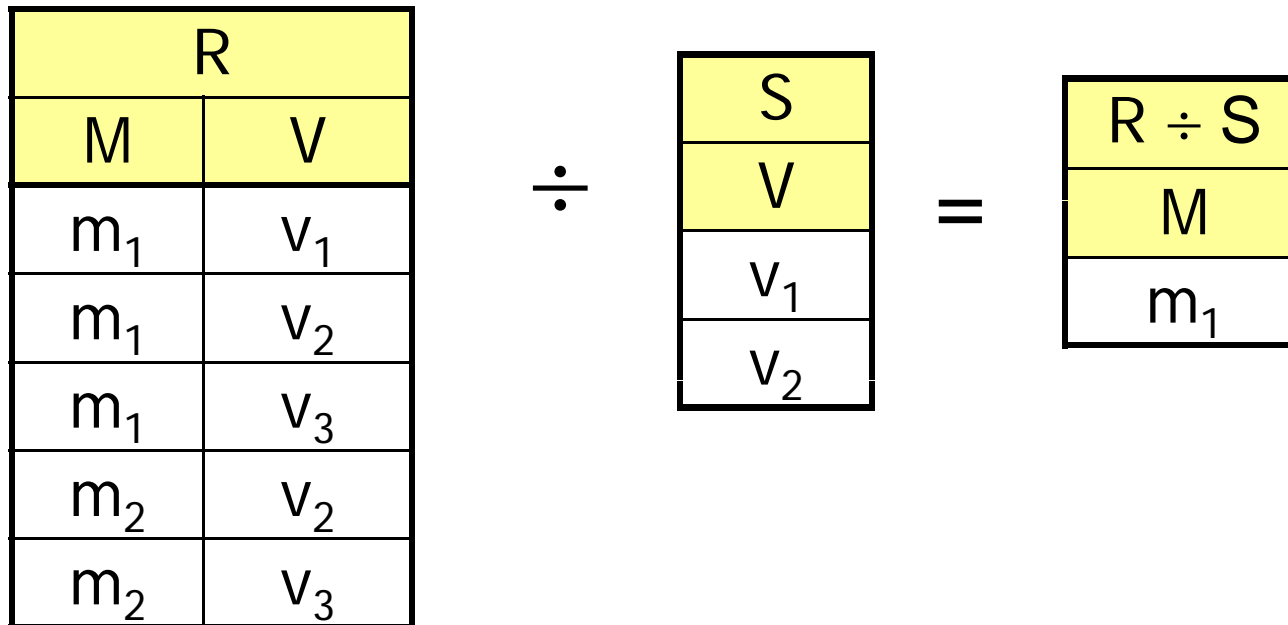
$$L := \Pi_{\text{VorlNr}}(\sigma_{\text{SWS}=4}(\text{Vorlesungen}))$$



$$\text{hören} \div \Pi_{\text{VorlNr}}(\sigma_{\text{SWS}=4}(\text{Vorlesungen}))$$

Definition der Division

- $t \in R \div S$, falls für jedes $ts \in S$ ein $tr \in R$ existiert, so dass gilt:
 - $tr.S = ts.S$
 - $tr.(R-S) = t$



- Die Division $R \div S$ kann auch durch Differenz, Kreuzprodukt und Projektion ausgedrückt werden.

$$R \div S = \Pi_{(R-S)}(R) - \Pi_{(R-S)}((\Pi_{(R-S)}(R) \times S) - R)$$

Mengendurchschnitt

Als Beispielanwendung für den Mengendurchschnitt (Operatorsymbol \cap) betrachten wir folgende Anfrage: Finde die *PersNr* aller C4-Professoren, die mindestens eine Vorlesung halten.

$$\Pi_{\text{PersNr}}(\rho_{\text{PersNr} \leftarrow \text{gelesenVon}}(\text{Vorlesungen})) \cap \Pi_{\text{PersNr}}(\sigma_{\text{Rang}=\text{C4}}(\text{Professoren}))$$

- Mengendurchschnitt nur auf zwei Argumentrelationen mit gleichem Schema anwendbar
- Deshalb ist die Umbenennung des Attribute *gelesenVon* in *PersNr* in der Relation *Vorlesungen* notwendig
- Der Mengendurchschnitt zweier Relationen $R \cap S$ kann durch die Mengendifferenz wie folgt ausgedrückt werden:

$$R \cap S = R - (R - S)$$

Gruppierung und Aggregation

(geht über die klassische Algebra hinaus –
mehr als syntaktischer Zucker)

$\gamma_{\text{Semester}; \text{count}(*)}(\text{Studenten})$

| $\gamma_{\text{Semester}; \text{count}(*)}(\text{Studenten})$ | |
|---|-----------------|
| Semester | count(*) |
| 18 | 1 |
| 12 | 1 |
| 10 | 1 |
| 8 | 1 |
| 6 | 1 |
| 3 | 1 |
| 2 | 2 |

Aggregation & Gruppierung

$\gamma_{\text{gelesenVon}; \text{count}(*), \text{sum}(\text{SWS})}(\text{Vorlesungen})$

| $\gamma_{\text{gelesenVon}; \text{count}(*), \text{sum}(\text{SWS})}(\text{Vorlesungen})$ | | |
|---|-----------------|-----------------|
| gelesenVon | count(*) | sum(SWS) |
| 2125 | 3 | 10 |
| 2126 | 3 | 8 |
| 2133 | 1 | 2 |
| 2134 | 1 | 2 |
| 2137 | 2 | 8 |

Der Relationenkalkül

Eine Anfrage im Relationenkalkül hat die Form

$$\{t \mid P(t)\}$$

mit $P(t)$ Formel.

Beispiele:

- C4-Professoren

- $\{p \mid p \in \text{Professoren} \wedge p.\text{Rang} = \text{'C4'}\}$

- Studenten mit mindestens einer Vorlesung von Curie

$$\{s \mid s \in \text{Studenten} \\ \wedge \exists h \in \text{hören}(s.\text{MatrNr}=h.\text{MatrNr} \\ \wedge \exists v \in \text{Vorlesungen}(h.\text{VorlNr}=v.\text{VorlNr} \\ \wedge \exists p \in \text{Professoren}(p.\text{PersNr}=v.\text{gelesenVon} \\ \wedge p.\text{Name} = \text{'Curie'})))))\}$$

Dieselbe Anfrage in SQL belegt die Verwandtschaft

```
select s.*
from Studenten s
where exists (
  select h.*
  from hören h
  where h.MatrNr = s.MatrNr and exists (
    select *
    from Vorlesungen v
    where v.VorlNr = h.VorlNr and exists (
      select *
      from Professoren p
      where p.Name = 'Curie' and
            p.PersNr = v.gelesenVon )))
```

Allquantor

- Wer hat **alle** vierstündigen Vorlesungen gehört

$$\{s \mid s \in \text{Studenten} \wedge \forall v \in \text{Vorlesungen} (v.\text{SWS}=4 \Rightarrow \exists h \in \text{hören}(h.\text{VorlNr}=v.\text{VorlNr} \wedge h.\text{MatrNr}=s.\text{MatrNr}))\}$$

Definition des Tupelkalküls

Atome

- $s \mid R$, mit s Tupelvariable und R Relationenname
- $s.A \phi t.B$, mit s und t Tupelvariablen, A und B Attributnamen und ϕ Vergleichsoperator ($=, \neq, \leq, \dots$)
- $s.A \phi c$ mit c Konstante

Formeln

- Alle Atome sind Formeln
- Ist P Formel, so auch $\neg P$ und (P)
- Sind P_1 und P_2 Formeln, so auch $P_1 \wedge P_2$, $P_1 \vee P_2$ und $P_1 \Rightarrow P_2$
- Ist $P(t)$ Formel mit freier Variable t , so auch
 $\forall t \in R(P(t))$ und $\exists t \in R(P(t))$

Sicherheit

- Einschränkung auf Anfragen mit endlichem Ergebnis.
- Die folgende Beispielanfrage

$$\{n \mid \neg (n \in \text{Professoren})\}$$

ist nicht sicher.

- Das Ergebnis ist unendlich.
- Bedingung: Ergebnis des Ausdrucks muss Teilmenge der Domäne der Formel sein.
- Die Domäne einer Formel enthält
 - alle in der Formel vorkommenden Konstanten
 - alle Attributwerte von Relationen, die in der Formel referenziert werden

Der Domänenkalkül

Ein Ausdruck des Domänenkalküls hat die Form

$$\{[v_1, v_2, \dots, v_n] \mid P(v_1, \dots, v_n)\}$$

mit v_1, \dots, v_n Domänenvariablen und P Formel.

Beispiel: MatrNr und Namen der Prüflinge von Curie

$$\{[m, n] \mid \exists s ([m, n, s] \in \text{Studenten} \wedge \exists v, p, g ([m, v, p, g] \in \text{prüfen} \wedge \exists a, r, b ([p, a, r, b] \in \text{Professoren} \wedge a = \text{'Curie'}))\})\}$$

Prolog ~ Domänenkalkül

Sicherheit des Domänenkalküls

- Sicherheit ist analog zum Tupelkalkül
- zum Beispiel ist
 $\{[p,n,r,o] \mid \neg ([p,n,r,o] \in \text{Professoren})\}$

nicht sicher.

- Ein Ausdruck

$$\{[x_1, x_2, \dots, x_n] \mid P(x_1, x_2, \dots, x_n)\}$$

ist sicher, falls folgende drei Bedingungen gelten:

1. Falls Tupel $[c_1, c_2, \dots, c_n]$ mit Konstante c_i im Ergebnis enthalten ist, so muss jedes c_i ($1 \leq i \leq n$) in der Domäne von P enthalten sein.
2. Für jede existenz-quantifizierte Teilformel $\exists x(P_1(x))$ muss gelten, dass P_1 nur für Elemente aus der Domäne von P_1 erfüllbar sein kann - oder evtl. für gar keine. Mit anderen Worten, wenn für eine Konstante c das Prädikat $P_1(c)$ erfüllt ist, so muss c in der Domäne von P_1 enthalten sein.
3. Für jede universal-quantifizierte Teilformel $\forall x(P_1(x))$ muss gelten, dass sie dann und nur dann erfüllt ist, wenn $P_1(x)$ für alle Werte der Domäne von P_1 erfüllt ist- Mit anderen Worten, $P_1(d)$ muss für alle d , die nicht in der Domäne von P_1 enthalten sind, auf jeden Fall erfüllt sein.

Ausdrucks kraft

Die drei Sprachen

1. relationale Algebra,
2. relationaler Tupelkalkül, eingeschränkt auf sichere Ausdrücke und
3. relationaler Domänenkalkül, eingeschränkt auf sichere Ausdrücke

sind **gleich mächtig**

| Professoren | | | | |
|-------------|------------|------|------|-------------|
| PersNr | Name | Rang | Raum | FakName |
| 2125 | Sokrates | C4 | 226 | Philosophie |
| 2126 | Russel | C4 | 232 | Philosophie |
| 2127 | Kopernikus | C3 | 310 | Physik |
| 2133 | Popper | C3 | 52 | Philosophie |
| 2134 | Augustinus | C3 | 309 | Theologie |
| 2136 | Curie | C4 | 36 | Physik |
| 2137 | Kant | C4 | 7 | Philosophie |

| Studenten | | | |
|-----------|--------------|----------|-------------|
| MatrNr | Name | Semester | FakName |
| 24002 | Xenokrates | 18 | Philosophie |
| 25403 | Jonas | 12 | Theologie |
| 26120 | Fichte | 10 | Philosophie |
| 26830 | Aristoxenos | 8 | Philosophie |
| 27550 | Schopenhauer | 6 | Philosophie |
| 28106 | Carnap | 3 | Physik |
| 29120 | Theophrastos | 2 | Physik |
| 29555 | Feuerbach | 2 | Theologie |

2a)

$$\pi_{\text{MatrNr}} \circ \left(\pi_{\text{FakName}} \circ \left(\left(\bigwedge_{g \in \text{PersNr}} (V \times P \times S) \right) - \left(\bigwedge_{g \in \text{PersNr}} (V \times P \times S \times h) \right) \right) \right)$$

$$\{s \mid s \in S \wedge \forall v \in V (\exists p \in P (p.\text{PersNr} = v.\text{FakName} \wedge p.\text{FakName} = s.\text{FakName}) \dots$$

$$\Rightarrow \exists h \in \text{höre} (s.\text{MatrNr} = h.\text{MatrNr} \wedge s.\text{VorNr} = h.\text{VorNr}) \dots \}$$

| hören | |
|--------|--------|
| MatrNr | VorINr |
| 26120 | 5001 |
| 27550 | 5001 |
| 27550 | 4052 |
| 28106 | 5041 |

| Vorlesungen | | | PersNr |
|-------------|-------------------|-----|-------------|
| VorINr | Titel | SWS | gelesen Von |
| 5001 | Grundzüge | 4 | 2137 |
| 5041 | Ethik | 4 | 2125 |
| 5043 | Erkenntnistheorie | 3 | 2126 |
| 5049 | Mäeutik | 2 | 2125 |

| Professoren | | | | |
|-------------|------------|------|------|-------------|
| PersNr | Name | Rang | Raum | FakName |
| 2125 | Sokrates | C4 | 226 | Philosophie |
| 2126 | Russel | C4 | 232 | Philosophie |
| 2127 | Kopernikus | C3 | 310 | Physik |
| 2133 | Popper | C3 | 52 | Philosophie |
| 2134 | Augustinus | C3 | 309 | Theologie |
| 2136 | Curie | C4 | 36 | Physik |
| 2137 | Kant | C4 | 7 | Philosophie |

| Studenten | | | | |
|-----------|--------------|----------|------------|-------------|
| MatrNr | Name | Semester | Geschlecht | FakName |
| 24002 | Xenokrates | 18 | M | Philosophie |
| 25403 | Jonas | 12 | W | Theologie |
| 26120 | Fichte | 10 | W | Philosophie |
| 26830 | Aristoxenos | 8 | M | Philosophie |
| 27550 | Schopenhauer | 6 | M | Philosophie |
| 28106 | Carnap | 3 | W | Physik |
| 29120 | Theophrastos | 2 | M | Physik |
| 29555 | Feuerbach | 2 | W | Theologie |